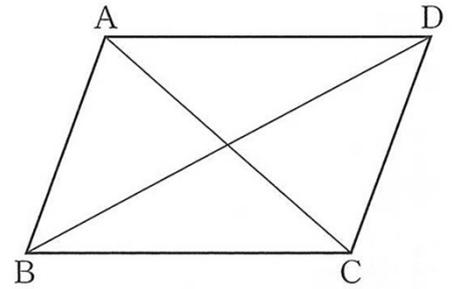


1

右の図の平行四辺形ABCDで、 $AC=DB$ であれば、  
平行四辺形ABCDは長方形となることを証明しなさい。  
【レベル ★☆☆】



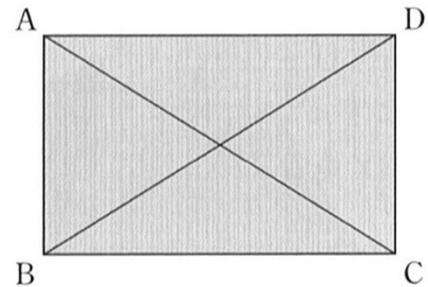
$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、仮定より $AC=(ア)$  …①  
(イ)なので、 $BC=CB$  …②  
平行四辺形の対辺は等しいので、 $AB=(ウ)$  …③  
①②③より(エ)がそれぞれ等しいので  
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$  よって、 $\angle ABC = \angle DCB$   
平行四辺形の対角は等しいので、 $\angle ABC = \angle ADC$ 、 $\angle DCB = \angle DAB$   
4つの内角が等しいから四角形ABCDは長方形である。

|        |          |
|--------|----------|
| (ア) DB | (イ) 共通な辺 |
| (ウ) DC | (エ) 3組の辺 |

2

長方形の対角線の長さは等しいことを証明しなさい。【レベル ★☆☆】

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で  
四角形ABCDは長方形であるから、  
 $AB=(ア)$  …①  
 $\angle ABC = \angle(イ) = 90^\circ$  …②  
(ウ)だから  $BC=CB$  …③  
①②③より、(エ)がそれぞれ等しいので  
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$   
したがって、 $AC=DB$

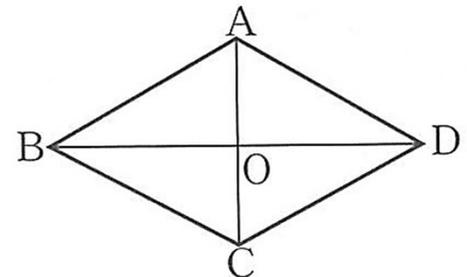


|          |                |
|----------|----------------|
| (ア) DC   | (イ) DCB        |
| (ウ) 共通な辺 | (エ) 2組の辺とその間の角 |

3

ひし形ABCDの対角線は垂直に交わることを証明しなさい。【レベル ★☆☆】

対角線ACとBDの交点をOとする。  
 $\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ で、四角形ABCDはひし形だから  
 $AB=(ア)$  …①  
 $BO=DO$  …②  
(イ)なので、 $AO=AO$  …③  
①②③から(ウ)がそれぞれ等しいので $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$   
また、 $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$  だから  
 $\angle AOB = \angle(エ) = 90^\circ$   
よって  $AC \perp BD$



|          |          |
|----------|----------|
| (ア) AD   | (イ) 共通な辺 |
| (ウ) 3組の辺 | (エ) AOD  |

- 4 右の図で、四角形ABCD, GCEFはともに正方形である。このとき、 $BG=DE$ となることを証明しなさい。【レベル ★★★】

$\triangle BCG$ と $\triangle DCE$ で、  
四角形ABCD, GCEFは正方形だから

$$(\text{ア}) \dots \text{①}$$

$$GC=EC \dots \text{②}$$

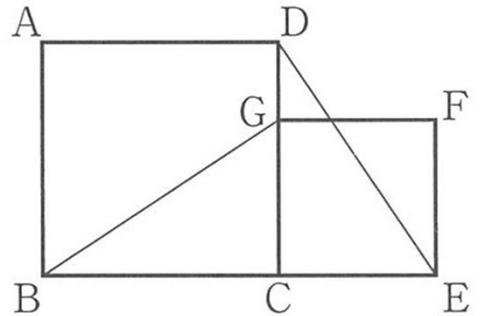
$$(\text{イ})=90^\circ \dots \text{③}$$

①②③から、(ウ)ので

$$(\text{エ})$$

よって

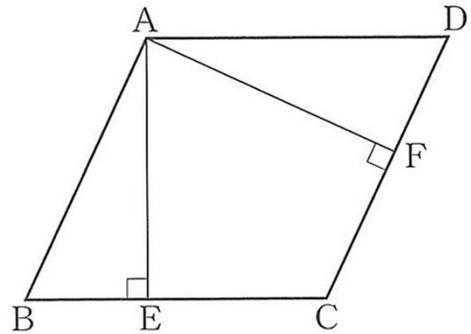
$$BG=DE$$



|                        |  |
|------------------------|--|
| (ア) $BC=DC$            | (イ) $\angle BCG=\angle DCE$              |
| (ウ) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい | (エ) $\triangle BCG \equiv \triangle DCE$ |

5

- 図のように平行四辺形ABCDの頂点Aから辺BC、CDに引いた垂線とそれぞれの辺との交点をE、Fとする。  
このとき、 $AE=AF$ ならば、四角形ABCDはひし形であることを証明しなさい。  
【レベル ★★★】



$\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ で

$$\text{仮定より } AE=AF \dots \text{①}$$

$$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ \dots \text{②}$$

$$\text{平行四辺形の対角は等しいので、} \angle ABE=\angle ADF \dots \text{③}$$

三角形の内角の和は $180^\circ$ なので

$$\angle BAE=180^\circ - \angle AEB - \angle ABE \dots \text{④}$$

$$\angle DAF=180^\circ - \angle AFD - \angle ADF \dots \text{⑤}$$

②③④⑤より

$$\angle BAE=\angle DAF \dots \text{⑥}$$

①②⑥より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABE \equiv \triangle ADF$$

よって、 $AB=AD$

平行四辺形の対辺は等しいので、

$$AB=DC, AD=BC$$

したがって、 $AB=AD=CD=BC$ なので、

四角形ABCDはひし形である。