

1 次のことがらを文字を使って表しなさい。【レベル ★☆☆】

(1) 整数を n としたときの偶数

$$2n$$

(2) 整数を n としたときの奇数

$$2n + 1$$

(3) 整数を n としたときの3の倍数

$$3n$$

(4) 整数を n としたときの6の倍数

$$6n$$

2 「奇数と偶数の積は偶数である。」このことを以下のように説明した。
以下の[]に当てはまる語句・式を、点線わくの中から選んで答えなさい。
【レベル ★☆☆】

m, n を整数とすると、奇数は[ア], 偶数は $2n$ と表される。

奇数と偶数の積は

$$([\text{ア}]) \times 2n = 4mn + 2n$$

$$= 2([\text{イ}])$$

$2m + 1$ / $2n$ / mn /
 $2mn + m$ / $2mn + n$ /
 整数 / 奇数 / 偶数

[イ] は整数だから、 $2([\text{イ}])$ は [ウ] である。

したがって、奇数と偶数の積は、偶数である。

| | | |
|----------------|-----------------|---------------|
| [ア] $2m + 1$ | [イ] $2mn + n$ | [ウ] 偶数 |
|----------------|-----------------|---------------|

3 次のことがらを文字を使って表しなさい。【レベル ★☆☆】

(1) 連続する2つの整数で、小さい方の整数を n としたとき、大きい方の整数

$$n + 1$$

(2) 十の位の数 a 、一の位の数 b である2けたの整数

$$10a + b$$

4 3と5、17と19などというように、連続する2つの奇数がある。このとき、2つの奇数の積から小さい方の奇数の2倍をひいた数は、小さい方の奇数の2乗に等しいことを証明する。
以下の()に当てはまる式を答えなさい。【レベル ★★★】

n を整数としたとき、連続する2つの奇数の小さい方を $2n - 1$ とすると、もう一方は (ア) と表せる。

ここで2つの奇数の積は、 $(2n - 1)(イ)$ であり、これを展開すると、

$$(2n - 1)(イ) = (エ)$$

また、小さい方の奇数の2倍は、 $2(2n - 1)$ であり、これを展開すると、

$$2(2n - 1) = (ウ)$$

したがって、2つの奇数の積から小さい方の奇数の2倍をひいた数は (エ) と表せる。

一方、小さい方の奇数の2乗を展開すると、

$$(2n - 1)^2 = (オ)$$

よって、2つの奇数の積から小さい方の奇数の2倍をひいた数は、小さい方の奇数の2乗に等しい。

| | | | | | |
|---|-----------------|---|-----------------|---|----------|
| ア | $2n + 1$ | イ | $4n^2 - 1$ | ウ | $4n - 2$ |
| エ | $4n^2 - 4n + 1$ | オ | $4n^2 - 4n + 1$ | | |

5 連続する3つの整数において、最も大きい整数と真ん中の整数の積から最も小さい整数の2乗をひいた数に、1をたした数は3で割り切れる。このことを、最も小さい数を x として証明しなさい。
(遠中 R1) 【レベル ★★★】

連続する3つの整数は $x + 2$, $x + 1$, x と表せる。

もっとも大きい整数と真ん中の整数の積から最も小さい整数の2乗をひいた数を式で表すと

$$(x + 2)(x + 1) - x^2 = x^2 + 3x + 2 - x^2 = 3x + 2$$

これに1をたすと

$$3x + 2 + 1 = 3x + 3 = 3(x + 1)$$

$x + 1$ は整数なので、 $3(x + 1)$ は3の倍数を表す。

つまり3で割り切れる。